

ПРИЛОЖЕНИЕ Г. НЕКОТОРЫЕ ВЕРИФИКАЦИОННЫЕ ЗАДАЧИ

Г.1 ЛИНЕЙНАЯ СТАТИКА

Балка на упругом горизонтальном основании под действием сосредоточенных вертикальных сил

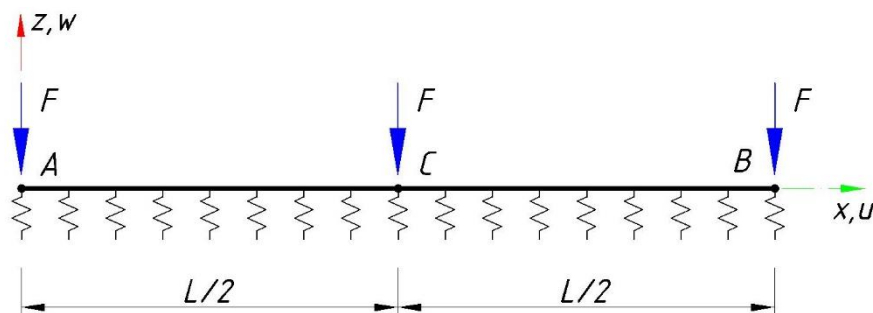


Рис. Г.1

Таблица Г.1

| | |
|---------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Источник | М. Courtand et P. Lebelle, Formulaire du beton arme, t.2, Paris, Eyrolles, 1976, p. 382 |
| Тип создаваемой задачи | Плоская плита или ростверк (Z, UX, UY) |
| Исходные данные | $L = 0.5\pi\sqrt{10}$ м, $I = 1 \times 10^{-4}$ м ⁴ , $GI_x = 1$ Н·м ⁴ , $b = 1$ м — ширина основания балки |
| Характеристики материала | Изотропный упругий: $E = 2.1 \times 10^{11}$ Па. |
| Граничные условия | Вариант 1: упругое основание — $C_1 = 8.4 \times 10^5$ Н/м ³ ; все узлы — $\theta_x = 0$; Вариант 2: упругие опоры, в узлах А и В — $R_z = 173855$ Н/м, в промежуточных узлах — $R_z = 347711$ Н/м; все узлы — $\theta_x = 0$. |
| Нагрузка | $F = 1 \times 10^4$ Н |
| Описание задачи | Система моделировалась стержневыми конечными элементами (тип КЭ 3) и одноузловым КЭ упругой связи (тип КЭ 56) |

Таблица Г.2 Результаты расчета

| Искомая величина | Теория | Результаты расчета ЛИРА 10 | | Отклонение, % | |
|---------------------|------------------------|----------------------------|-------------------------|---------------|-----------|
| | | Вариант 1 | Вариант 2 | Вариант 1 | Вариант 2 |
| $w_{L/2}$, мм | - 6.844 | - 6.843 | - 6.844 | 0.015 | 0.00 |
| w_A , мм | - 7.854 | - 7.859 | - 7.845 | 0.064 | 0.11 |
| θ_{yA} , рад | -7.06×10^{-4} | -7.06×10^{-4} | -6.944×10^{-4} | 0.000 | 1.64 |
| $M_{L/2}$, Нм | - 5759 | - 5758.7 | - 5742.6 | 0.005 | 0.28 |

Плоская ферма

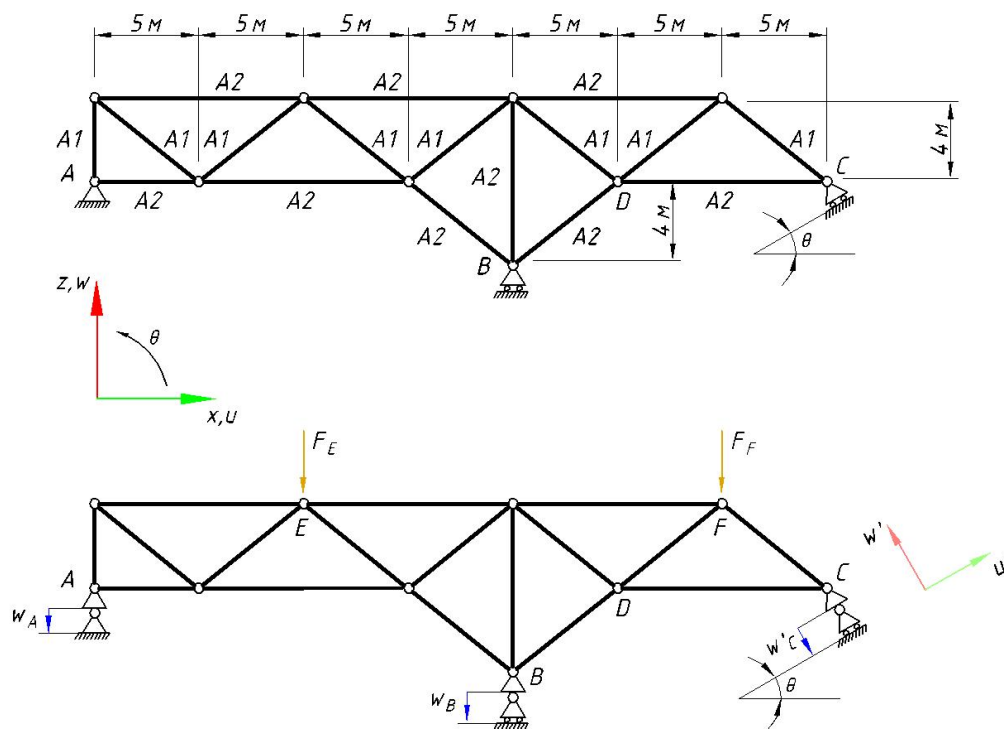


Рис. Г.2

Таблица Г.3

| | |
|---------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Источник | M. Laredo, Résistance des matériaux, Paris, Dunod, 1970, p. 579 |
| Тип создаваемой задачи | Плоская ферма или балка стенка (X, Z) |
| Исходные данные | $A_1 = 1.41 \times 10^{-3} \text{ м}^2$, $A_2 = 2.82 \times 10^{-3} \text{ м}^2$, $\theta = 30^\circ$ |
| Характеристики материала | Изотропный упругий: $E = 2.1 \times 10^{11} \text{ Па}$; Коэффициент температурного расширения $\alpha = 1 \times 10^{-5} \text{ C}^{-1}$ |
| Граничные условия | В точке А: $u = w = 0$; В точке В и С: $w_B = w'_C = 0$ |
| Нагрузка | Сосредоточенная сила: $F_E = 150 \text{ кН}$, $F_F = 100 \text{ кН}$; Заданное смещение: $w_A = -0.02 \text{ м}$, $w_B = -0.03 \text{ м}$, $w'_C = -0.015 \text{ м}$; Все стержни нагреты до $+150 \text{ C}^\circ$ |
| Описание задачи | Система моделировалась стержневыми конечными элементами (тип КЭ 4) |

Таблица Г.4 Результаты расчета

| Искомая величина | Аналитическое решение | Результаты расчета ЛИРА 10 | Отклонение, % |
|------------------|-----------------------|----------------------------|---------------|
| N_{BD} , Н | 43633 | 43633 | 0 |
| w_D , М | -0.01618 | -0.01618 | 0 |

Тор под внутренним давлением

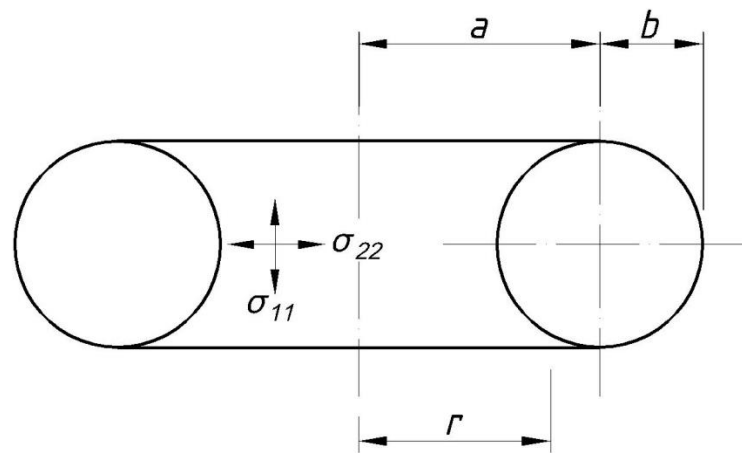


Рис. Г.3

Таблица Г.5

| | |
|---------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Источник | R.J. Roark et W.C. Young, Formulas for stress and strain, 5e edition, New York, McGraw-Hill, 1975 |
| Тип создаваемой задачи | Пространственная конструкция (X, Y, Z, UX, UY, UZ) |
| Исходные данные | $t = 2 \times 10^{-2}$ м — толщина стенки тора; $a = 2$ м, $b = 1$ м |
| Характеристики материала | Изотропный упругий: $E = 2.1 \times 10^{11}$ Па; $\mu = 0.3$ |
| Граничные условия | Без закреплений |
| Нагрузка | Внутреннее давление: $q = 10000$ Па |
| Описание задачи | Система моделировалась оболочечными конечными элементами (тип КЭ 44); Разбивка: шаг по длине тора — 90; шаг по окружности тора — 80 |

Таблица Г.6 Результаты расчета

| Точка | Искомая величина | Аналитическое решение | Результаты расчета ЛИРА 10 | Отклонение, % |
|---------------------|--------------------|-------------------------|----------------------------|---------------|
| $\square \forall r$ | σ_{22} , Па | 2.5×10^5 | 2.4927×10^5 | 0.29 |
| $r = a - b$ | σ_{11} , Па | 7.5×10^5 | 7.4889×10^5 | 0.15 |
| | Δ_r , м | 1.1905×10^{-7} | 1.1601×10^{-7} | 2.55 |
| $r = a + b$ | σ_{11} , Па | 4.166×10^5 | 4.1685×10^5 | 0.06 |
| | Δ_r , м | 1.7857×10^{-6} | 1.7741×10^{-6} | 0.65 |

Чистый изгиб призматического бруса

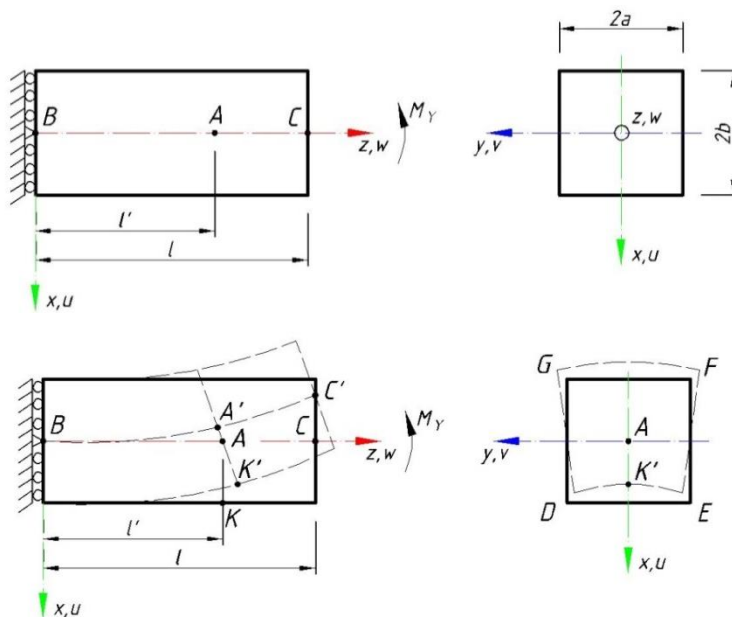


Рис. Г.4

Таблица Г.7

| | |
|---------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Источник | S. Timoshenko, Théorie de l'élasticité, Paris, Librairie Polytechnique Ch. Béranger, 1961, pages 284–289 |
| Тип создаваемой задачи | Пространственная конструкция (X, Y, Z, UX, UY, UZ) |
| Исходные данные | $L = 6 \text{ м}, L' = 4 \text{ м}, a = b = 1 \text{ м}$ |
| Характеристики материала | Изотропный упругий: $E = 2.1 \times 10^{11} \text{ Па}; \mu = 0.3$ |
| Граничные условия | Плоскость XOY, проходящая через точку В и элемент оси Z: $w = 0$; Точка В: $w_B = u_B = v_B = 0$ |
| Нагрузка | Изгибаемый момент: $M_y = 4/3 \times 10^7 \text{ Нм}$ |
| Описание задачи | В силу симметрии рассчитывается одна вторая часть конструкции. Система моделировалась объемными восьмиузловыми конечными элементами (тип КЭ 36). Разбивка: $4 \times 8 \times 12 \text{ КЭ}$ — классический расчет, $2 \times 4 \times 6 \text{ КЭ}$ — расчет с использованием конечных элементов с дополнительными узлами на стороне |

Таблица Г.8 Результаты расчета

| Искомая величина | Аналитическое решение | Результаты расчета ЛИРА 10 | | Отклонение, % | |
|------------------|------------------------|-----------------------------------|----------------------------------|-----------------------------------|----------------------------------|
| | | $4 \times 8 \times 12 \text{ КЭ}$ | $2 \times 4 \times 6 \text{ КЭ}$ | $4 \times 8 \times 12 \text{ КЭ}$ | $2 \times 4 \times 6 \text{ КЭ}$ |
| $u_A, \text{ м}$ | -4×10^{-4} | -3.836 | -3.9376 | 4.1 | 1.56 |
| $w_K, \text{ м}$ | 2×10^{-4} | 1.918 | 1.9699 | 4.1 | 1.51 |
| $v_F, \text{ м}$ | 0.15×10^{-4} | 0.14456 | 0.14837 | 3.6 | 1.09 |
| $v_E, \text{ м}$ | -0.15×10^{-4} | -0.14456 | -0.14837 | 3.6 | 1.09 |

Г.2 ДИНАМИКА. СОБСТВЕННЫЕ ЧАСТОТЫ

Собственные частоты круговой цилиндрической оболочки, заземленной по торцам

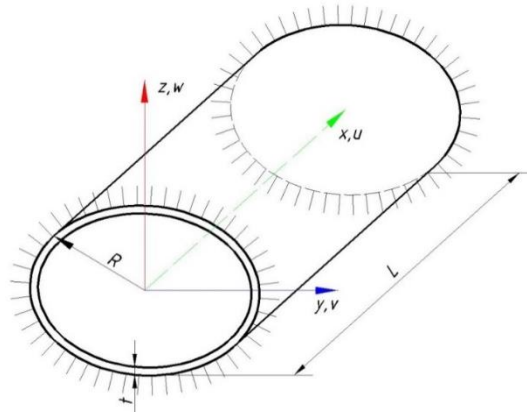


Рис. Г.5

Таблица Г.9

| | |
|---------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Источник | И. А. Биргер, Я. Г. Пановко, Прочность, устойчивость, колебания, Справочник в трех томах, Том 3, Москва, Машиностроение, 1968, стр. 437 |
| Тип создаваемой задачи | Пространственная конструкция (X, Y, Z, UX, UY, UZ) . |
| Исходные данные | $L = 0.305 \text{ м}$, $R = 0.076 \text{ м}$, $t = 0.25 \times 10^{-3} \text{ м}$ |
| Характеристики материала | Изотропный упругий: $E = 1.96 \times 10^{11} \text{ Па}$, $\mu = 0.3$, $\gamma = 7700 \text{ кг/м}^3$ |
| Граничные условия | Плоскость XOY , проходящая через точку В и элемент оси Z : $w = 0$; Точка В: $w_B = u_B = v_B = 0$ |
| Нагрузка | На торцах: $u = v = w = \theta_x = \theta_y = \theta_z = 0$ |
| Описание задачи | Система моделировалась конечными элементами тонкой оболочки (тип КЭ 44). Разбивка: $R100 \times L64 \text{ КЭ}$ — классический расчет, $R50 \times L32 \text{ КЭ}$ — расчет с использованием конечных элементов с дополнительными узлами на стороне. Для решения задачи выполнен модальный анализ |

Таблица Г.10 Результаты расчета

| № формы | Частота, Гц | | | Отклонение, % | |
|---------|-----------------------|------------------------------|-----------------------------|------------------------------|-----------------------------|
| | Аналитическое решение | Результаты расчета ЛИРА 10 | | $R100 \times L64 \text{ КЭ}$ | $R50 \times L32 \text{ КЭ}$ |
| | | $R100 \times L64 \text{ КЭ}$ | $R50 \times L32 \text{ КЭ}$ | | |
| 1 | 533 | 522.06 | 521.43 | 2.05 | 2.17 |
| 2 | 533 | 522.37 | 521.69 | 1.99 | 2.12 |
| 3 | 574 | 567.04 | 565.35 | 1.21 | 1.51 |
| 4 | 574 | 567.04 | 565.92 | 1.21 | 1.41 |
| 5 | 593 | 578.69 | 578.55 | 2.41 | 2.44 |
| 6 | 593 | 578.69 | 578.90 | 2.41 | 2.38 |
| 7 | 717 | 699.77 | 700.35 | 2.40 | 2.32 |
| 8 | 717 | 699.94 | 700.52 | 2.38 | 2.30 |

Собственные частоты балки переменного сечения

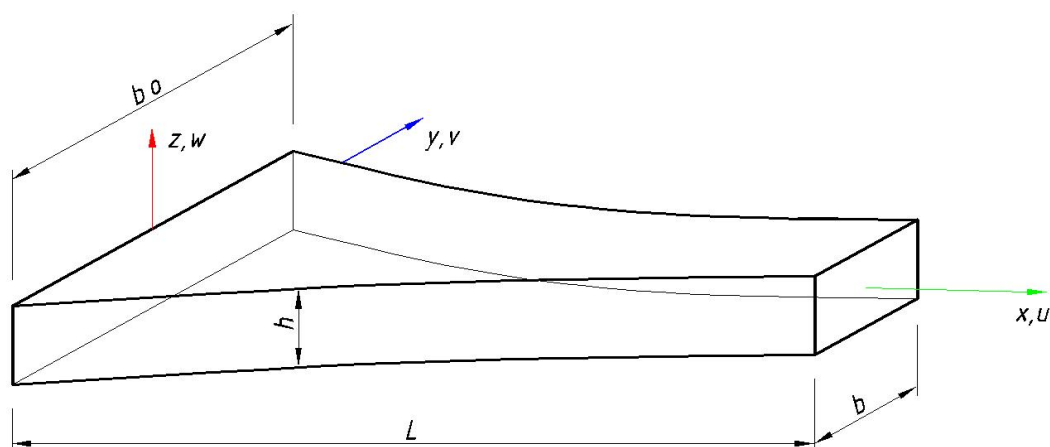


Рис. Г.6

Таблица Г.11

| | |
|---------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Источник | Société Française des Mécaniciens – Commission Validation de Progiciels de Calcul de Structures, Groupe de travail Dynamique, Paris, 1989 |
| Тип создаваемой задачи | Плоская рама (X, Z, UY) |
| Исходные данные | $b_0 = 0.03 \text{ м}$, $b = b_0 \times e^{-2x} \text{ м}$, $h = 0.01 \text{ м}$, $L = 0.6 \text{ м}$ |
| Характеристики материала | Изотропный упругий: $E = 1.96 \times 10^6 \text{ psi}$, $\mu = 0.3$, $\gamma = 7800 \text{ кг/м}^3$ |
| Граничные условия | Оба конца стержня жестко закреплены |
| Описание задачи | Система моделировалась стержневыми конечными элементами (тип КЭ 10). Для решения задачи выполнен модальный анализ |

Таблица Г.12 Результаты расчета

| № формы | Частота, Гц | | Отклонение, % |
|---------|-----------------------|----------------------------|---------------|
| | Аналитическое решение | Результаты расчета ЛИРА 10 | |
| 1 | 143.303 | 145.856 | 1.78 |
| 2 | 396.281 | 400.086 | 0.96 |
| 3 | 779.425 | 782.379 | 0.38 |
| 4 | 1289.577 | 1291.22 | 0.12 |

Г.3 Устойчивость

Устойчивость оболочки

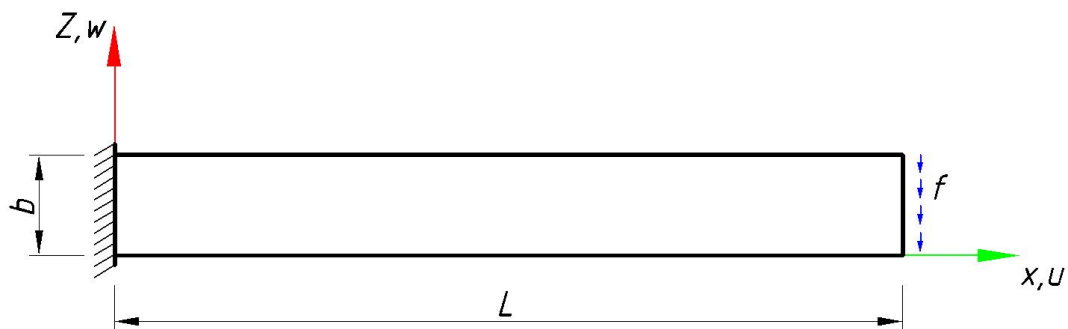


Рис. Г.7

Таблица Г.13

| | |
|---------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Источник | Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц. Теоретическая физика. В 10 т. Т. VII. Теория упругости. — 4-е изд., испр. и доп. — М.: «Наука», 1987, стр. 123 |
| Тип создаваемой задачи | Пространственная конструкция (X, Y, Z, UX, UY, UZ) |
| Исходные данные | $L = 10 \text{ м}, b = 0.5 \text{ м}, h = 0.1 \text{ м}$ |
| Характеристики материала | Изотропный упругий: $E = 2 \times 10^7 \text{ т/м}^2$ $\mu = 0.3$ |
| Граничные условия | Левая сторона закреплена |
| Нагрузка | $f = 20 \text{ т/м}$ |
| Описание задачи | Система моделировалась конечными элементами тонкой оболочки (тип КЭ 44). Разбивка: $5 \times 100 \text{ КЭ}$ |

Таблица Г.14 Результаты расчета

| Искомая величина | Аналитическое решение | Результаты расчета ЛИРА 10 | Отклонение, % |
|--------------------|-----------------------|----------------------------|---------------|
| Коэффициент запаса | 4.1479 | 4.1638 | 0.38 |

Устойчивость круговой арки

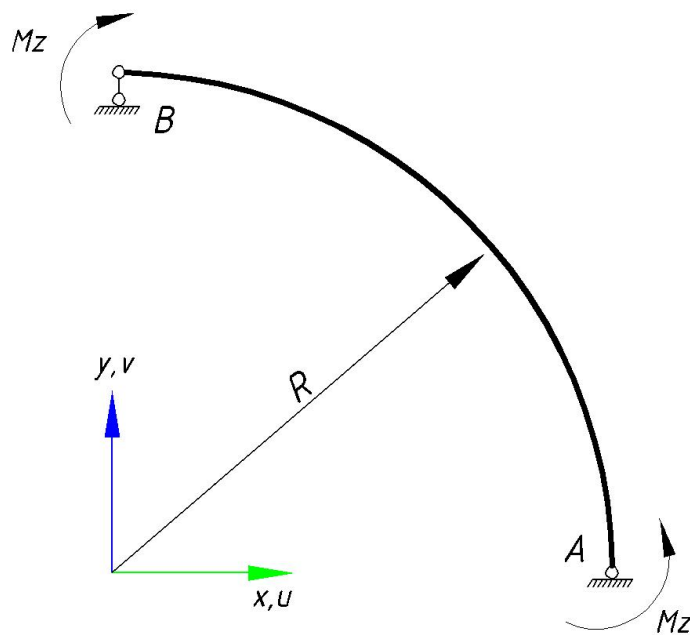


Рис. Г.8

Таблица Г.15

| | |
|---------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Источник | С. П. Тимошенко, «Устойчивость упругих систем», М.: Гостехтеориздат, 1955, 576 с |
| Тип создаваемой задачи | Пространственная конструкция (X, Y, Z, UX, UY, UZ) |
| Исходные данные | $R = 1 м$ |
| Характеристики материала | Изотропный упругий: $EA = 2 \times 10^5 т$, $EI_y = EI_z = 166.7 т \cdot м^2$, $GI_x = 133.3 т \cdot м^2$ |
| Граничные условия | В точке А: $u = v = w = \theta_y = 0$. В точке В: $v = w = \theta_x = 0$ |
| Нагрузка | Вар.1: $M_{Az} = -10 т$, $M_{Bz} = 10 т$. Вар.2: $M_{Az} = 10 т$, $M_{Bz} = -10 т$ |
| Описание задачи | Система моделировалась стержневыми конечными элементами (тип КЭ 10) |

Таблица Г.16 Результаты расчета

| Искомая величина | | Аналитическое решение | Результаты расчета ЛИРА 10 | Отклонение, % |
|------------------|--------------------|-----------------------|----------------------------|---------------|
| Вар. 1 | Коэффициент запаса | 14.8626 | 14.8605 | 0.014 |
| Вар. 2 | Коэффициент запаса | 44.8715 | 44.8651 | 0.014 |

Г.4 ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ, ФИЗИЧЕСКАЯ И КОНСТРУКТИВНАЯ НЕЛИНЕЙНОСТЬ

Нить с разновысокими опорами

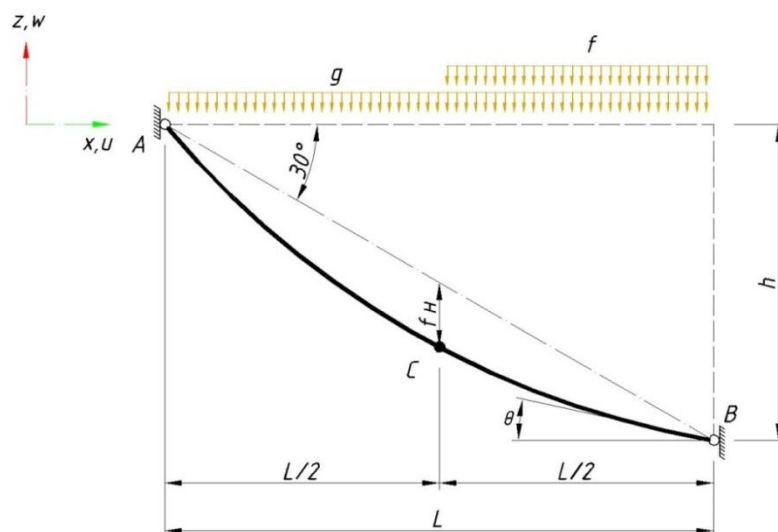


Рис. Г.9

Таблица Г.17

| | |
|---------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Источник | «Справочник проектировщика расчетно-теоретический», под ред. доктора тех. наук, проф. А.А. Уманского, – М.: «Стройиздат», 1960, стр. 325 |
| Тип создаваемой задачи | Плоская рама (X, Z, UY) |
| Исходные данные | $L = 100 \text{ м}$, $F = 15.96 \text{ см}^2$. $f_n = 8.94 \text{ м}$ — стрела провеса при равномерно распределенной нагрузке измеряется в середине пролета от наклонной хорды АВ по направлению Z |
| Характеристики материала | Изотропный упругий: $E = 1.6 \times 10^7 \text{ т/м}^2$ |
| Граничные условия | Точки А и В закреплены от смещений |
| Нагрузка | $q = 0.5 \text{ т/м}$, $f = 0.42 \text{ т/м}$ |
| Описание задачи | Определяется распор, максимальное усилие в канате, угол наклона каната у опоры В и ордината линии равновесия в середине пролета. Система моделировалась стержневыми конечными элементами (тип КЭ 304). Для решения нелинейной задачи организован автоматический выбор шага приложения нагрузки |

Таблица Г.18 Результаты расчета

| Искомая величина | Аналитическое решение | Результаты расчета ЛИРА 10 | Отклонение, % |
|----------------------|-----------------------|----------------------------|---------------|
| H , т | 89.142 | 88.889 | 0.28 |
| N_{max} , т | 120.93 | 120.61 | 0.26 |
| θ , рад | 1.0345 | 1.0358 | 0.13 |
| $Z_{L/2}$, м | - 38.824 | - 38.785 | 0.1 |

Сильный изгиб консоли

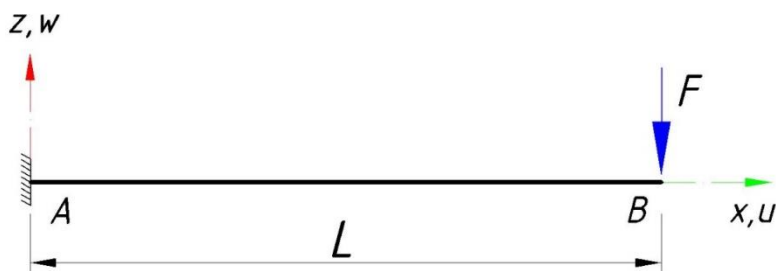


Рис. Г.10

Таблица Г.19

| | |
|---------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Источник | Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц, Теоретическая физика. В 10 т. Т. VII. Теория упругости. — 4-е изд., испр. и доп. — М.: «Наука», 1987, стр. 106 |
| Тип создаваемой задачи | Плоская рама (X, Z, UY) |
| Исходные данные | $L = 10 \text{ м}$, $A = 0.05 \text{ м}^2$, $I = 5 \times 10^{-6} \text{ м}^4$ |
| Характеристики материала | Изотропный упругий: $E = 2 \times 10^7 \text{ т/м}^2$ |
| Граничные условия | Точка А закреплена |
| Нагрузка | $F = 4 \text{ т}$ |
| Описание задачи | Система моделировалась стержневыми конечными элементами (тип КЭ 309). Для решения нелинейной задачи организован автоматический выбор шага приложения нагрузки |

Таблица Г.20 Результаты расчета

| Искомая величина | | Аналитическое решение | Результаты расчета ЛИРА 10 | Отклонение, % |
|------------------|-------------------|-----------------------|----------------------------|---------------|
| Точка В | $u_B, \text{ м}$ | - 3.29 | - 3.2898 | 0.006 |
| | $w_B, \text{ м}$ | - 6.70 | - 6.7056 | 0.084 |
| Точка А | $M_A, \text{ тм}$ | 26.8 | 26.857 | 0.213 |

Квадратная мембрана с податливым контуром

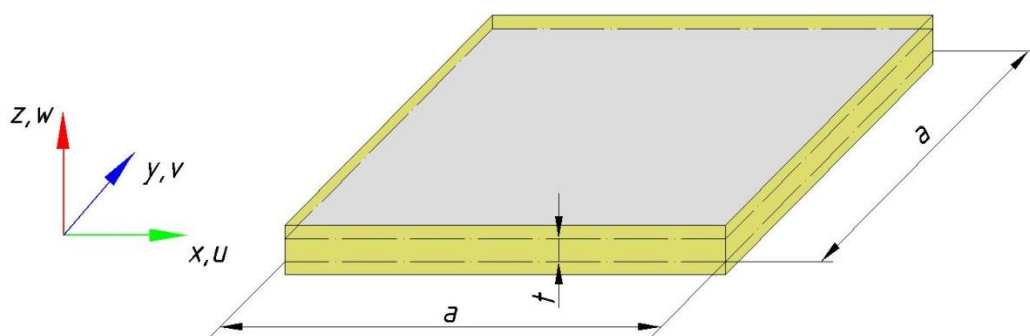


Рис. Г.11

Таблица Г.21

| | |
|---------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Источник | Еремеев П.Г., Присяжной В.Б., «Экспериментальные исследования квадратных мембран с податливым контуром» // Строительная механика и расчет сооружений, стр. 58–61 |
| Тип создаваемой задачи | Пространственная конструкция (X, Y, Z, UX, UY, UZ) |
| Исходные данные | $a = 1.1 \text{ м}$, $t = 0.5 \text{ мм}$ |
| Характеристики материала | Мембрана: $E = 7 \times 10^6 \text{ т/м}^2$, $\mu = 0.3$. Стержень опорного контура: $EA = 1280 \text{ т}$, $EI_y = EI_z = 0.075 \text{ т} \cdot \text{м}^2$, $GI_x = 0.1 \text{ т} \cdot \text{м}^2$ |
| Граничные условия | Вертикальные перемещения контура запрещены |
| Нагрузка | Равномерно распределенная нагрузка по площади мембраны: $q = 0.6 \text{ т/м}^2$ |
| Описание задачи | В силу симметрии рассчитывается одна четвертая часть конструкции. Система моделировалась конечными элементами мембраны (тип КЭ 344) и стержневыми элементами (тип КЭ 309). Разбивка: $40 \times 40 \text{ КЭ}$ — классический расчет, $20 \times 20 \text{ КЭ}$ — расчет с использованием конечных элементов с дополнительными узлами на стороне. Для решения нелинейной задачи организован автоматический выбор шага приложения нагрузки |

Таблица Г.22 Результаты расчета

| Искомая величина | Аналитическое решение | Результаты расчета ЛИРА 10 | | Отклонение, % | |
|----------------------------|-----------------------|----------------------------|---------------------------|---------------------------|---------------------------|
| | | $40 \times 40 \text{ КЭ}$ | $20 \times 20 \text{ КЭ}$ | $40 \times 40 \text{ КЭ}$ | $20 \times 20 \text{ КЭ}$ |
| $w_{1/2}$, мм | – 38.8 | – 39.74 | – 37.949 | 2.42 | 2.19 |
| N_{\max} , т (в контуре) | – 1.1 | – 1.1384 | – 0.995 | 3.49 | 9.54 |

Жесткая балка на подвесках

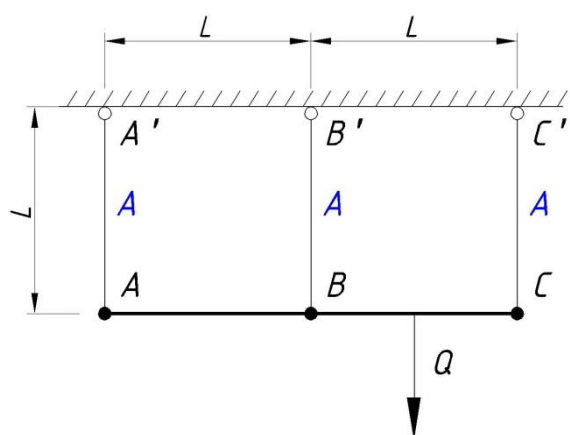


Рис. Г.12

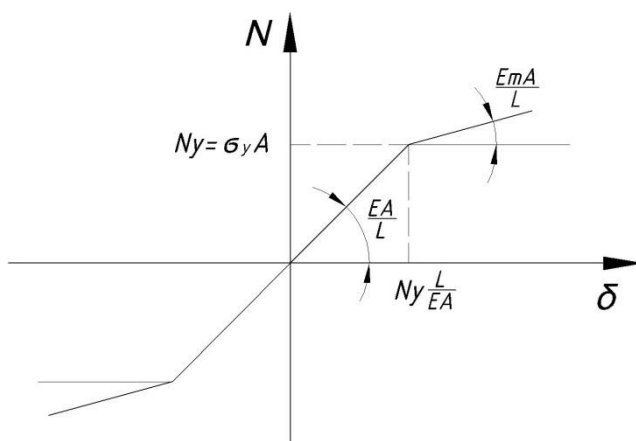


Рис. Г.13

Таблица Г.23

| | |
|---------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Источник | B. Halphen et J. Salencon, Elastoplasticité, Presses de l'ENPC |
| Тип создаваемой задачи | Плоская рама (X, Z, UY) |
| Исходные данные | $L = 1 \text{ м}, A = 1 \times 10^{-4} \text{ м}^2$ |
| Характеристики материала | Нелинейно упругий: $\sigma_y = 400 \text{ МПа}, E = 2.1 \times 10^{11} \text{ Па}, E_m = 0.25 \times 10^{11} \text{ Па}$. Стержень AC: $EA = 1 \times 10^{11} \text{ Па}, EI_y = 1 \times 10^{11} \text{ Па}$ |
| Граничные условия | Шарниры в точках A', B', C' |
| Нагрузка | Сосредоточенная сила $Q = (13/7)\sigma_y A$ приложена в центре пролета BC |
| Описание задачи | Система моделировалась стержневыми конечными элементами (тип КЭ 210) — для подвесок, (тип КЭ 10) — для балки. Для решения нелинейной задачи организован шаговый процесс приложения нагрузки (количество шагов 100) |

Таблица Г.24 Результаты расчета

| Искомая величина | Аналитическое решение | Результаты расчета ЛИРА 10 | Отклонение, % |
|------------------|-----------------------|----------------------------|---------------|
| $N_{AA'}$, кН | 4.160 | 4.515 | 8.54 |
| $N_{BB'}$, кН | 28.762 | 28.113 | 2.26 |
| $N_{CC'}$, кН | 41,333 | 41.658 | 0.79 |
| w_A , см | -0.01995 | -0.02150 | 7.80 |
| w_B , см | -0.13696 | -0.133866 | 2.26 |
| w_C , см | -0.25397 | -0.246226 | 3.05 |

Система с односторонними пружинами

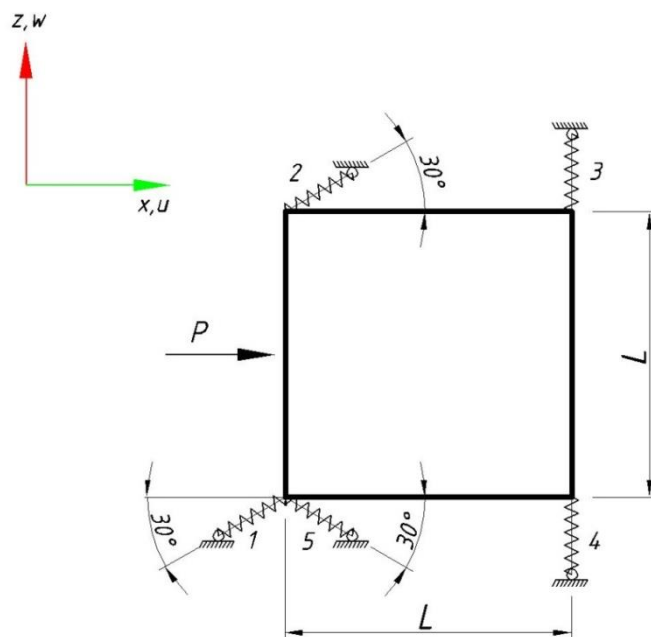


Рис. Г.14

Таблица Г.25

| | |
|---------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Источник | А. В. Перельмутер, В. И. Сливкер, Расчетные модели сооружений и возможность их анализа, Киев: «Сталь», 2002, стр. 123 |
| Тип создаваемой задачи | Плоская ферма или балка стенка (X, Z) |
| Исходные данные | $L = 20 \text{ м}$ |
| Характеристики материала | $E = 2 \times 10^7 \text{ т/м}^2$. Жесткость пружины: $k = EA/L = 1 \times 10^8 \text{ т/м}$ |
| Граничные условия | Балка-стенка прикреплена к опорам пятью пружинами, работающими только на растяжение |
| Нагрузка | $P = 10 \text{ т}$ |
| Описание задачи | Система моделировалась одним конечным элементом типа КЭ 24 (плоского напряжения «балка-стенка») и пятью стержневыми конечными элементами типа КЭ 265. Для решения нелинейной задачи организован шаговый итерационный процесс (количество шагов 1, минимальное число итераций 300) |

Таблица Г.26 Результаты расчета

| Искомая величина | Аналитическое решение | Результаты расчета ЛИРА 10 | Отклонение, % |
|------------------------|-----------------------|----------------------------|---------------|
| $R_1, \text{ т}$ | 12.44 | 12.4407 | 0.006 |
| $R_2, \text{ т}$ | 0.893 | 0.8934 | 0.045 |
| $R_3, \text{ т}$ | 5.77 | 5.7738 | 0.066 |
| $R_4 = R_5, \text{ т}$ | 0.00 | 0.0000 | 0.000 |

Квадратная плита на одностороннем жестком основании

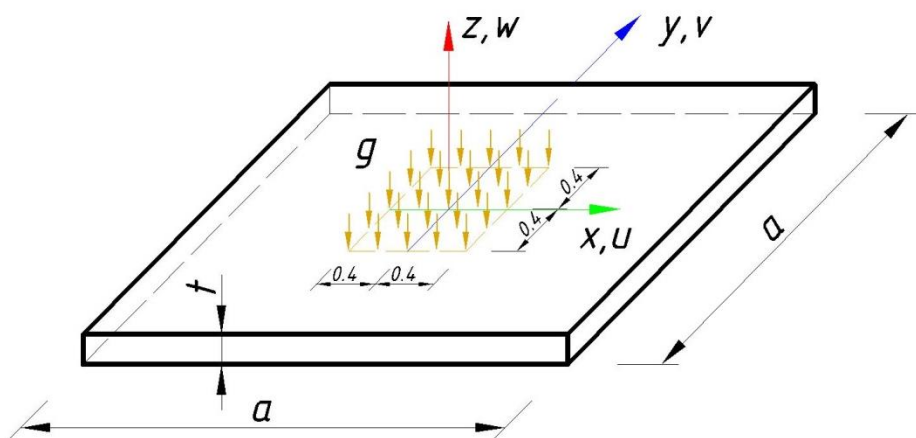


Рис. Г.15

Таблица Г.27

| | |
|---------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Источник | П. Панагиотопулос. Неравенства в механике и их приложения, Москва: «Мир», 1989, стр. 367 |
| Тип создаваемой задачи | Плоская плита или ростверк (Z, UX, UY) |
| Исходные данные | $a = 3 \text{ м}, t = 0.05 \text{ м}.$ |
| Характеристики материала | $E = 4.5 \times 10^6 \text{ т/м}^2, \mu = 0.2$ |
| Граничные условия | Одностороннее жесткое основание |
| Нагрузка | В центре плиты по квадрату со стороной 0.8 м приложена нагрузка $g = 50 \text{ т/м}^2$ |
| Описание задачи | В силу симметрии рассчитывается одна четвертая часть конструкции. Система моделировалась плитными конечными элементами (тип КЭ 19). Разбивка: $30 \times 30 \text{ КЭ}$ — классический расчет, $15 \times 15 \text{ КЭ}$ — расчет с использованием конечных элементов с дополнительными узлами на стороне. Для решения нелинейной задачи организован шаговый итерационный процесс (количество шагов 1, минимальное число итераций 2334) |

Таблица Г.28 Результаты расчета

| Искомая величина | Численное решение | Результаты расчета ЛИРА 10 | | Отклонение, % | |
|------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|-------------------------------------|---------------------------|---------------------------|
| | | $30 \times 30 \text{ КЭ}$ | $15 \times 15 \text{ КЭ}$ | $30 \times 30 \text{ КЭ}$ | $15 \times 15 \text{ КЭ}$ |
| область контакта | квадрат со стороной 0.9 м | квадрат со стороной 0.9 м | квадрат со стороной 0.9 м | 0 | 0 |

Г.5 ДИНАМИКА ПЛЮС. ДИНАМИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ ВО ВРЕМЕННОЙ ОБЛАСТИ

Динамическая задача при импульсном воздействии

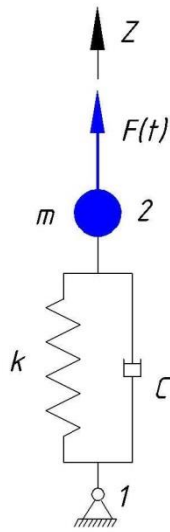


Рис. Г.16. Схема

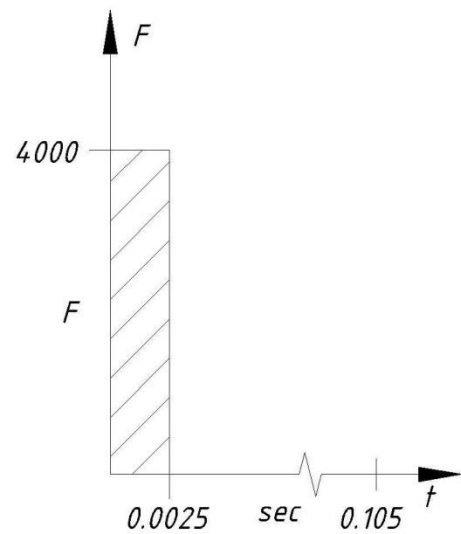


Рис. Г.17. Нагрузка

Таблица Г.29

| | |
|---------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Источник | W. T. Thomson, Vibration Theory and Applications, 2nd Printing, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ, 1965, pg. 99, article 4.1 |
| Тип создаваемой задачи | Плоская рама (X, Z, UY) |
| Исходные данные | $a = 3 \text{ м}, t = 0.05 \text{ м}$ |
| Характеристики материала | $k = EA/L = 200 \text{ т/м}, m = 0.5 \text{ т} \cdot \text{с}^2 / \text{м}$ |
| Граничные условия | Точка 1: $u_1 = w_1 = 0$; Точка 2: $u_2 = 0$ |
| Описание задачи | Система моделировалась конечным элементом типа КЭ 10. Для решения задачи выполнен расчет динамики во времени (шаг интегрирования $2e - 07 \text{ с}$) |

Таблица Г.30 Результаты расчета

| Время | Искомая величина | Аналитическое решение | Результаты расчета ЛИРА 10 | Отклонение, % |
|---------------------------------------------------------|-----------------------------|-----------------------|----------------------------|---------------|
| $T = 0.0025 \text{ с}$ (парам. затухания $\xi = 0$) | $w, \text{ м}$ | 0.024995 | 0.025 | 0.02 |
| $T = 0.08 \text{ с}$ (парам. затухания $\xi = 0$) | $w_{\text{max}}, \text{ м}$ | 0.999896 | 0.999888 | 0.001 |
| $T = 0.1 \text{ с}$ (парам. затухания $\xi = 0$) | $w, \text{ м}$ | 0.91932 | 0.919315 | 0.001 |
| $T = 0.1 \text{ с}$ (парам. затухания $\xi = 0.7$) | $w, \text{ м}$ | 0.34180 | 0.346883 | 1.49 |

Динамическая задача при действии гармонической возмущающей силы

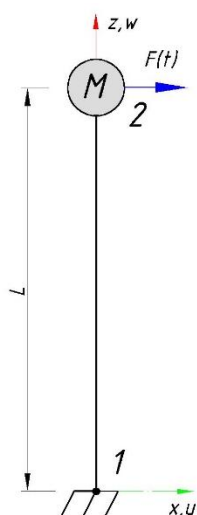


Рис. Г.18. Схема

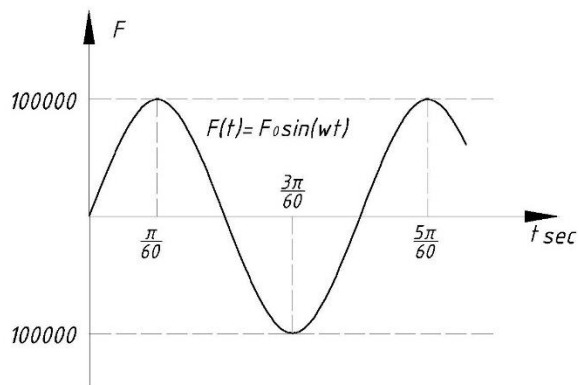


Рис. Г.19. Нагрузка

Таблица Г.31

| | |
|---------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Источник | Paz, Mario, Structural Dynamics; Theory and Computation, 3rd Edition, Van Nostrand Reinhold, New York, 1991, pp. 84~87, EX. 4-5, 4-6 |
| Тип создаваемой задачи | Плоская рама (X, Z, UY) |
| Исходные данные | $L = 100 in, I_y = 1666.667 in^4$ |
| Характеристики материала | $E = 2 \times 10^7 lb/in^2, M = 100 lb \cdot sec^2/in$ |
| Граничные условия | Точка 1: $u_1 = w_1 = \theta_{y1} = 0$; Точка 2: $w_2 = 0$ |
| Нагрузка | $F(t) = 100000 \cdot \sin(30t) lb \cdot sec, \omega = 30 rad/sec$ |
| Описание задачи | Система моделировалась конечным элементом типа КЭ 10. Для решения задачи выполнен расчет динамики во времени (время интегрирования 0.3 sec, шаг интегрирования 0.001 sec) |

Таблица Г.32 Результаты расчета

| Искомая величина | | Аналитическое решение | Результаты расчета ЛИРА 10 | Отклонение, % |
|------------------|---------|-----------------------|----------------------------|---------------|
| $t = 0.1 sec$ | u, in | 1.608 | 1.6097 | 0.106 |
| $t = 0.2 sec$ | | - 3.187 | - 3.1968 | 0.307 |
| $t = 0.3 sec$ | | 4.742 | 4.7334 | 0.18 |